BAC 1996 SESSION DE CONTROLE

EXERCICE 1 (6 points)

Soit dans le plan trois points fixes A, B et O alignés et deux à deux distincts. Soit (C) un cercle variable de centre I tangent en O à la droite (AB). Les autres tangentes à (C) issues de A et de B se coupent en M.
On pose OA =a, OB =b et on suppose que a > b.
Le candidat fera une figure pour chacune des trois questions suivantes.

1) On suppose dans cette question que O appartient au segment [AB]
- **a-** Montrer que la différence MA-MB est constante.
- **b-** En déduire que le point M varie sur une hyperbole dont on précisera les foyers et les sommets.
- **c-** Déterminer la tangente en M à cette hyperbole.

2) On suppose dans cette question que O n'appartient pas au segment [AB].
- **a-** Montrer que la somme MA+MB est constante.
- **b-** En déduire que le point M varie sur une ellipse dont on précisera les foyers et les sommets du grand axe.
- **c-** Déterminer la tangente en M à cette ellipse.

3) Soit Δ la tangente à (C) parallèle à (AB), l'autre tangente à (C) issue de A coupe Δ en un point N. On désigne par A' le symétrique de A par rapport à O et par (d) la perpendiculaire à (AB) passant par A'.
- **a-** Montrer que le point N varie sur une parabole dont on précisera le foyer, le sommet et la directrice.
- **b-** Déterminer la tangente en N à cette parabole.

EXERCICE 2 (4 points)

1) Soit l'équation : (E) : $z^3 - 2(3+i)z^2 + (8+9i)z + 3 - 9i = 0$
- **a-** Montrer que l'équation (E) admet une racine réelle α que l'on déterminera et calculer les deux autres racines z_1 et z_2 avec $|z_1|>|z_2|$
- **b-** On désigne par A, B et C les points d'affixes respectives α, z_1 et z_2 dans le plan P rapporté à un repère orthonormé $(O;\vec{u};\vec{v})$
  Montrer que le quadrilatère OABC est un rectangle.

2) Soit l'application f : P→P;M(z) ↦M'(z') avec $z' = (1+i)z - 3i$
- **a-** Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de f.